

A MATEMATIKAI MODELLEZÉS ÉS ENERGETIKAI HATÉKONYSÁG OPTIMALIZÁLÁS BIOGÁZÜZEMEK HATÉKONYSÁGÁNAK NÖVELÉSÉBEN

Mathematical modeling and energy efficiency optimization in increasing the efficiency of biogas plants

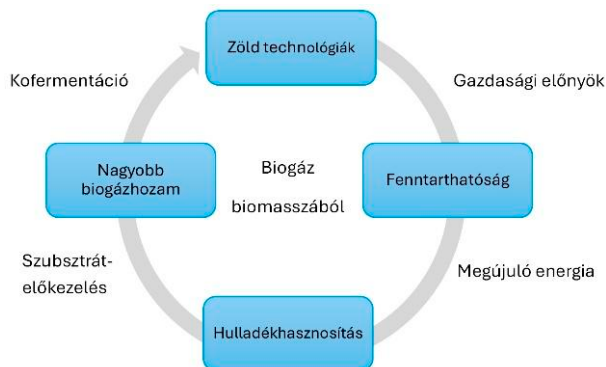
Albert Judit*, Dr. Takács Ágnes*

ABSTRACT

The importance of life-span design and process optimization cannot be overemphasized in the design of pressure vessels, equipment and systems in biogas plants. This is especially true in the early stages of design, where most depends on the expertise and experience of designers and manufacturers. In this paper, we present the most critical design aspects during design and the mathematical models and optimization procedures that support them.

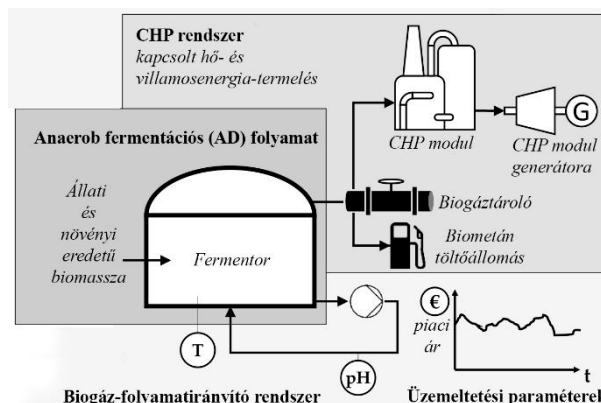
1. BEVEZETÉS

A biogáz egy zöld energiaforrás, amely fokozhatja a fenntarthatóságot a mezőgazdasági és az energiaágazatban. A biogáz-előállítás fenntarthatósági rendszerét illusztrálja az 1. ábra.



1. ábra A biogáz-előállítás fenntarthatósági rendszere

Az 1. táblázat a különböző feldolgozási forrásból származó alapanyagokból keletkező biogázokban az anyagok %-os előfordulását szemlélteti. [1] A 2. táblázat az Európában 2025-ben nyilvántartott biogáz üzemek országokénti darabszámát mutatja, míg a 3. ábra európai szinten tükrözi a biogáz üzemek 2011 és 2024 között végbement gyors elterjedését.



2. ábra A fermentor-CHP-irányítási rendszere [2]

Az energiarendszer-modellezés gyakran fekete doboz-ként tekinti a biogázüzemeket. Alapvetően gáztárolóként és kapcsolt hő- és villamosenergia-termelő egységként (CHP) értelmezi a szakma ezeket az üzemeket. [2] A 2. ábra a biogáz folyamatirányító rendszerét és a fermentor-CHP modul kapcsolatát mutatja be.

2. A MATEMATIKAI MODELLEK

2.1. Elméleti metánhozam (TBMP) modell számítása

Mivel az elméleti metánhozam bármely $C_aH_bO_cN_dS_e$ összetételű szerves anyagra alkalmazható, ezért alkalmas a metán egyenérték számítására is pl. a biogáz üzemekben alkalmazott biomassa esetén. Ebben az esetben a reaktánsok a folyamatba bemenő anyagok (biomassa, víz), a végtermékek pedig a kimenő anyagok (biogáz, digestátum), amint az a 4. ábrán látható. A 4. ábra az anaerob lebontás (AD) folyamatot szemlélteti. [2]

A nalidixsav és a γ -aminovajsav (GABA) maximális metántartalmának kiszámításán Buswell és Mueller dolgozott 1952-ben, majd Boyle az egyenletet módosította 1977-ben [8][9].

* PhD hallgató, Miskolci Egyetem

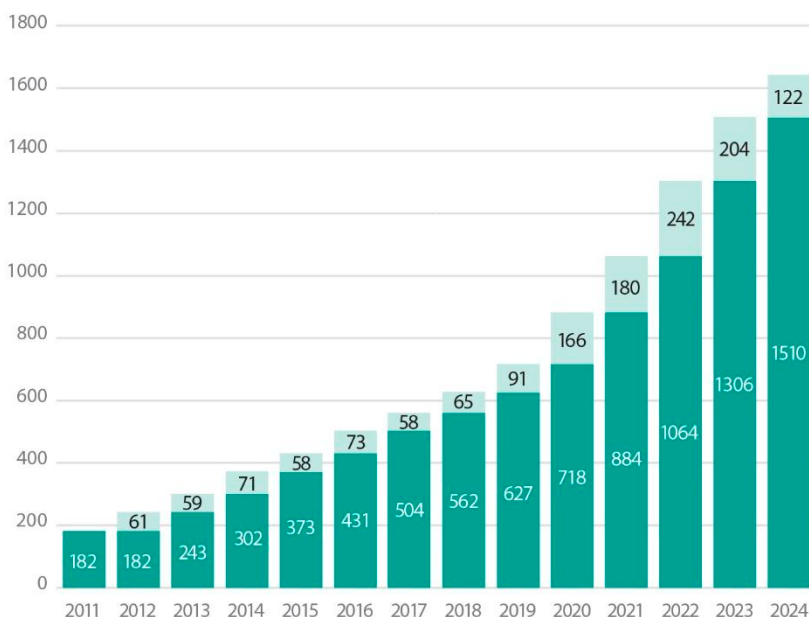
** Egyetemi docens, Miskolci Egyetem

1. táblázat A különböző feldolgozási forrásból származó alapanyagokból keletkező biogázokban az anyagok %-os előfordulása [3]

Gáz típusa	Mezőgazdasági [%]	Szennyvíz [%]	Hulladéklerakó [%]
Metán	49–69	44–67	40–70
Szén-dioxid	29–44	30–44	25–40
Nitrogén	0,6–13	0,1–6	0–17
Oxigén	0,2–3	0,1–3	0–3

2. táblázat A biogáz üzemek száma egyes európai országokban 2024-ben [4]

Ország	Száma	Fő felhasználás
Németország	260	CHP
Franciaország	760	CHP
Olaszország	137	CHP, bioCNG
Hollandia	87	CHP, biometán
Belgium	15	CHP
Magyarország	2	CHP



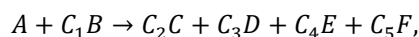
3. ábra Az európai biogáz üzemek száma: sötétzöld - létező üzemek, halványzöld - új üzemek

A nalidixsav és a γ -aminovajsav (GABA) maximális metántartalma az alábbi egyenlettel számítható:

Az (1)-(3) egyenletek tehát a Buswell-Boyle általánosított alakját írják le, amely a szerves vegyületek sztöchiometriai átalakulását jellemzi anaerob környezetben.

$$C_aH_bO_cN_dS_e + \left(a - \frac{b}{4} - \frac{c}{2} + \frac{3d}{4} + \frac{e}{2}\right)H_2O \rightarrow \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{8} - \frac{c}{4} - \frac{3d}{8} - \frac{e}{4}\right)CH_4 + \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{8} + \frac{c}{4} + \frac{3d}{8} + \frac{e}{4}\right)CO_2 + dNH_3 + eH_2S \quad (1)$$

vagy egyszerűsített formában:



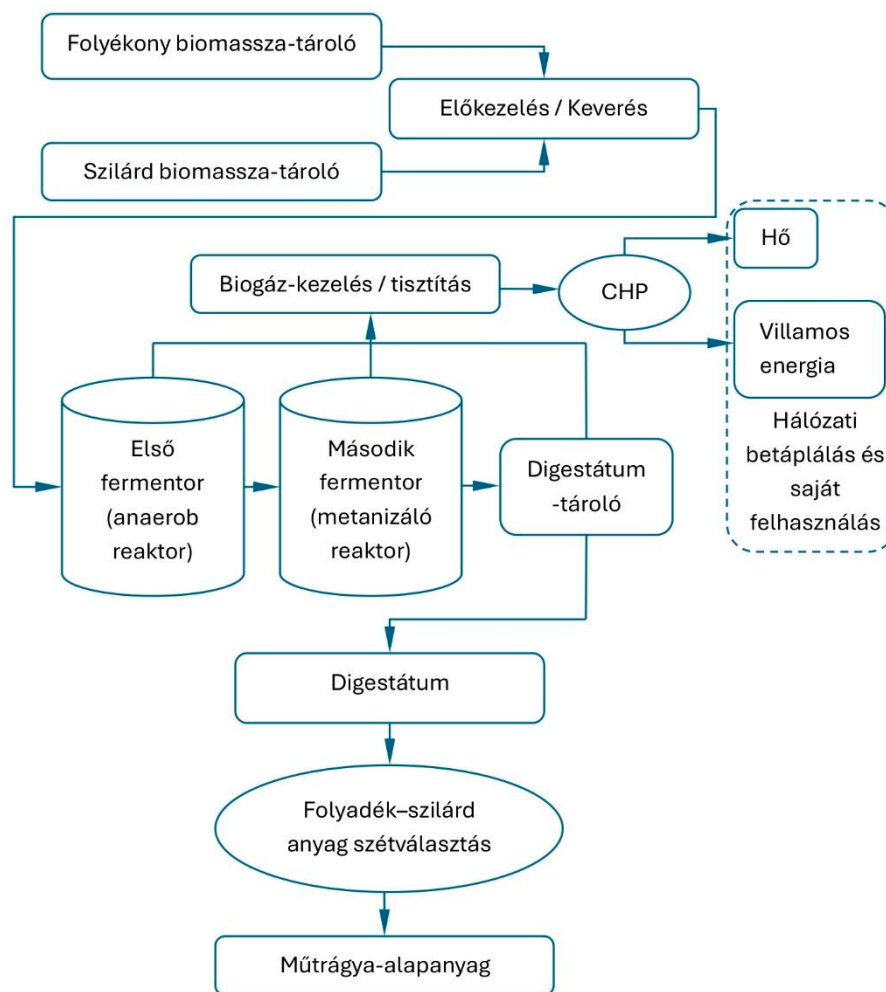
$$\text{reaktánsok: } A = C_aH_bO_cN_dS_e, B = H_2O \quad (2)$$

$$\text{végtermékek: } C = CH_4, D = CO_2, E = NH_3, F = H_2S$$

Az állandó egyenletek a következők:

$$C_1 = a - \frac{b}{4} - \frac{c}{2} + \frac{3d}{4} + \frac{e}{2}, \quad C_2 = \frac{a}{2} + \frac{b}{8} - \frac{c}{4} - \frac{3d}{8} - \frac{e}{4} \quad (3)$$

$$C_3 = \frac{a}{2} - \frac{b}{8} + \frac{c}{4} + \frac{3d}{8} + \frac{e}{4}, \quad C_4 = d, \quad C_5 = e$$



4. ábra Az anaerob lebontás (AD) folyamatának általános áttekintése [3]

2.2. Elméleti metánhozam számítása (TBMP) biogázüzemi szubsztrátokra [9] alapján

$$n_{CH_4} = \frac{1}{2} + \frac{b}{8} - \frac{c}{4} - \frac{3d}{8} - \frac{e}{4} \quad (4)$$

A szénhidrátokkal és fehérjékkel összehasonlítva a lipidek magas metánpotenciállal rendelkeznek. [5]

A biogázüzemekben alkalmazott szubsztrátok közül például a növényi és az élelmiszeripari melléktermékek gyakori kombinációk, mivel a növényi anyagok szénhidrátban gazdagok, illetve az szennyvízipari melléktermékek magas fehérje és zsír tartalommal rendelkeznek, ezáltal kiegyensúlyozott C/N arány biztosítható együttes alkalmazásukkal az anaerob lebontás során.

Az elméleti metánhozam példánkban búzaszalma és szennyvíziszap alkalmazásának lehetőségeit vizsgáltuk, ahol a szerves szárazanyag tartalomra (VS) vonatkozó elemanalízis-adatokat a [5], [6] és [7] irodalmak alapján vettük figyelembe. A TBMP-t a Buswell-egyenlet alapján [8][9] számítottuk ki, ahol a vegyület képlete $C_aH_bO_cN_dS_e$, és $a = 1$ -re normalizált:

$$TBMP = n_{CH_4} \times 22,414 \text{ [Nm}^3 \text{ CH}_4/\text{kg VS}] \quad (5)$$

ahol a szorzó a metán moláris térfogatát jelenti standard körülmények között (STP: 0 °C, 1 atm; 22 400 mL/mol). A szubsztrátok tömegszázalékos összetételét a 3. táblázat, illetve molarányait 100g-ra a 4. táblázat mutatja be. Az elméleti metánhozam számítások eredményeit az 6. táblázat tartalmazza.

3. táblázat Az alapanyagok tömegszázalékos összetétele

Szubsztrát	C[%]	H[%]	O[%]	N[%]	S[%]
Búzaszalma [5]	44,51	6,02	44,80	0,62	0,16
Szennyvíz iszap [6]	51,9	7,10	36,5	4,00	0,50

4. táblázat Az alapanyagok tömegszázalékos összetétele

Szubsztrát	n_C	n_H	n_O	n_N	n_S
Búzaszalma	3,70	6,02	2,80	0,044	0,005
Szennyvíz iszap	4,325,	7,10	2,281	0,286	0,0156

5. táblázat A búzaszalma és a szennyvíziszap normalizált eredményei ($a=1$)

Szubsztrát	b	c	d	e
Búzaszalma	1,623	0,755	0,0119	0,001
Szennyvíz iszap	1,641	0,527	0,0662	0,003

6. táblázat A szubsztrátok elméleti metánhozama

Szubsztrát	TBMP [Nm ³ CH ₄ /kg VS]
Búzaszalma [9]	0,442
Szennyvíziszap [10]	0,529
50 %-50 % VS-keverék	0,485

3. ÖSSZEFOGLALÁS

A matematikai modellek alkalmazása lehetővé teszi már a tervezési fázisban a mérnökök számára a rendszerszintű optimalizációt [10][11][12][13], akár biogáz erőmű esetén is. Az energiatermelési potenciál meghatározását segítő módszert mutattunk be, amely támogatja a biogáz-üzemek energetikai és környezeti optimalizálását. Segítségével a biogáz termelés potenciálja fizikai mérések nélkül is becsülhetővé válik, kizárólag az anyagok elemanalízisen alapulva.

4. SUMMARY

The application of the mathematical model makes it possible to determine the energy production potential already in the design phase of the biogas power plant, thus supporting the energetic and environmental optimization of biogas plants. With its help, the biogas production potential can be estimated without physical measurements, based solely on the elemental analysis of the materials.

6. IRODALOM

- [1] KASINATH A., FUDALA-KSIAZEK S., SZOPINSKA M., BYLINSKI H., ARTICHOWICZ W., REMISZEWSKA-SKWAREK A., LUCZKIEWICZ A.: *Biomass in biogas production: Pretreatment and codigestion*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 150, 2021, pp. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111509>
- [2] HEIKER M.; KRAUME M.; MERTINS A.; WAWER, T.; ROSENBERGER, S.: *Biogas Plants in Renewable Energy Systems—A Systematic Review of Modeling Approaches of Biogas Production*, Appl. Sci., 2021, Vol. 11, No. 3361, pp. 1-27, <https://doi.org/10.3390/app110833>
- [3] CINAR S.; CINAR S. O.; WIECZOREK N.; SOHOO I.; KUCHTA K.: *Integration of Artificial*

Intelligence into Biogas Plant Operation, Processes, Vol. 9, No. 85, 2021, pp. 1-18,

<https://doi.org/10.3390/pr9010085>

- [4] SNOWDEN-SWAN L., ZHU Y., JONES S., ELLIOTT D., SCHMIDT A., HALLEN R., BILLING J., HART T., FOX S., MAUPIN G.: *Hydrothermal Liquefaction and Upgrading of Municipal Wastewater Treatment Plant Sludge: A Preliminary Techno-Economic Analysis*, Pacific Northwest National Laboratory, Technical Report, 2016, PNNL-25464, pp. 1-33
- [5] ACHINAS S., EUVERINK G. J. W.: *Theoretical analysis of biogas potential prediction from agricultural waste*, Resource-Efficient Technologies, Vol. 2, No. 3, 2016, pp. 143-147, <https://doi.org/10.1016/j.reffit.2016.08.001>
- [6] CHOU Y., SU J.-J.: *Biogas Production by Anaerobic Co-Digestion of Dairy Wastewater with the Crude Glycerol from Slaughterhouse Sludge Cake Transesterification*, Animals, Vol. 9., No. 618, pp. 1-17., <https://doi.org/10.3390/ani9090618>
- [7] AYOUB M., ABDULLAH A. Z.: *Critical review on the current scenario and significance of crude glycerol resulting from biodiesel industry towards more sustainable renewable energy industry*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 16, No. 5., pp. 2671-2686, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.01.054>
- [8] BUSWELL A. M., MUELLER H. F.: *Mechanism of Methane Fermentation*, Ind. Eng. Chem., Vol. 44, No. 3, 1952, pp. 550-552, <https://doi.org/10.1021/ie50507a033>
- [9] BOYLE W., WILLIAM C.: *Energy Recovery from Sanitary Landfills - A Review*, Proceedings of a Seminar Sponsored by the UN Institute for Training and Research (UNITAR) and the Ministry for Research and Technology of the Federal Republic of Germany, Göttingen, 1977, pp. 119-138
- [10] ALZYOD H., FICZERE P.: *Material-Dependent Effect of Common Printing Parameters on Residual Stress and Warpage Deformation in 3D Printing: A Comprehensive Finite Element Analysis*, Study. Polymers, Vol. 15, No. 13., 2023, pp. 1-20, <https://doi.org/10.3390/polym15132893>
- [11] KAKUK J.: *Elektromos szegélynyíró gép zajvizsgálata*, Multidiszciplináris Tudományok: a Miskolci Egyetem közleménye, Vol. 9, No. 4., 2019, pp. 383-386, <https://doi.org/10.35925/j.multi.2019.4.37>
- [12] SZABÓ F. J., JÁLICS K.: *Optimum Substitution of Complicated Profiles*, International Review of Mechanical Engineering, Vol. 18., No. 12., 2025, pp. 646-652, <https://doi.org/10.15866/ireme.v18i12.25751>
- [13] DÖMÖTÖR Cs.: *Természetes környezettudatosság*, GÉP 66: No. 5-6, 2015, pp. 35-38