

ÜTKÖZÉSI HELYZET OPTIMÁLÁSA

OPTIMIZATION OF A COLLISION SITUATION

Dr. Szabó Ferenc János*

ABSTRACT

The grapho- analytical optimization method based on the Kuhn-Tucker optimality criterium is very efficient for the optimization of problems which can be described by mathematical equations and formulae. In this paper the collision situation is investigated between a car and a rigid wall. Considering the mass of the car and the constant of the spring as design variables and the deceleration during the collision as objective function, it is possible to build up the optimization problem of this collision situation. As result we can get the optimum value of the mass and the spring constant for minimum deceleration.

1. BEVEZETÉS

A Kuhn- Tucker optimalitási kritériumra alapuló grafo- analitikus optimumkeresési módszer kevés (2- 3) változó esetén hatékonyan bizonyul különböző problémák, jelenségek optimalizálásához. Már két változó esetén is érdekes, jelentős eredmények érhetők el, valamint a grafikus és analitikus rész- megoldások segíthetik, ellenőrizhetik egymást, ami nagyban megnöveli a megoldási folyamat megbízhatóságát, hatékonyságát. A grafo- analitikus módszerrel elérhető eredmények jelentőségét, hasznosságát néhány eddigi alkalmazás példája támasztja alá:

- autó rugók optimális méretezése [1];
- reteszkötés optimális kialakítása; [2];
- bordás kötés optimalizálása; [3];
- fogaskerekek optimális tervezése minimális működési zaj céljából; [4];
- tengelyek csapágyazásának optimalizálása minimális tömegre és/vagy minimális költségre [5].

Az említett alkalmazási példák 2 és 3 változós optimalizálási feladatokat oldanak meg, amelyek esetén 2D és 3D ábrázolási esetek is vannak. Érdekesség, hogy a 3D esetek (3 változós optimumkeresési feladatok) optimális megoldásának keresése során a grafo- analitikus módszer esetén láthatóvá válik számunkra az összes lehetséges 2 változós megoldás. Ezt akár visszafelé irányban is alkalmazni lehet, hiszen ha minél több kétváltozós megoldást felvonultatunk, akkor előbb- utóbb közel kerülünk a háromváltozós optimumhoz is.

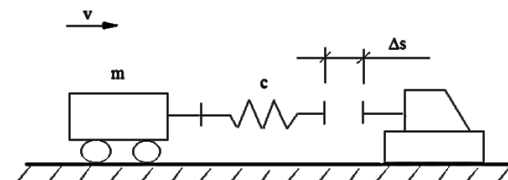
Jelen cikkben egy autó ütközési helyzetét vizsgáljuk, melynek során az autó egy merev falnak (esetleg

fának) ütközik, az optimumkeresés célja a minél kisebb lassulás érték elérése. A változók az autó tömege és az ütköző zóna rugóállandója. Implicit feltétel, hogy az ütközéskor fellépő erőhatás ne haladja meg az elviselhetőség mértékét. Az autó ütközés előtti sebességét adottnak, állandónak tekintjük. Az optimumkeresési feladatot a Kuhn-Tucker féle optimalitási kritériumra alapuló grafo- analitikus módszerrel [3] oldjuk meg. Az egyszerűség kedvéért az ütközés során a deformációs munkát nem vettük figyelembe, ennek figyelembe vétele növelné az utasok túlélési esélyeit.

Ennek a vizsgálatnak az eredményei alapján láthatóvá válik számunkra, hogy a minimális ütközési lassulás elérése milyen esetekben lehetséges, és ezek alapján hasznos szempontok alakíthatók ki a tovább- fejlesztésekhez az autók biztonságosabb kialakításának érdekében.

2. A VIZSGÁLT ÜTKÖZÉSI HELYZET

Az 1. ábrán látható módon egy autó egy merevnek tekintett falnak ütközik, tehát a sebessége az eredeti (ütközés előtti) v értékről hirtelen 0-ra csökken. A kocsi tömegét m jelöli, az ütköző zóna rugóállandója c . Az ütközés során az autó Δs rugóutat fog megtenni.



1. ábra Az ütközési helyzet sematikus ábrázolása

A rugó összenyomódásához szükséges erő:

$$F = \Delta s / c \quad (1)$$

Feltételezve, hogy az autó ütközés előtti teljes mozgási energiáját a rugó alakváltozási munkája nyeli el, az (1) felhasználásával számítható a rugóút:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}F\Delta s \quad ; \quad \Delta s = \sqrt{cmv^2} \quad (2)$$

Kihasználva az $F = m a$ alakú Newton- törvényt, adódik az ütközéskor fellépő lassulás értéke:

$$a = \frac{v}{\sqrt{cm}} \quad (3)$$

* egyetemi docens Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Intézet

Ezt a mennyiséget fogjuk célfüggvénynek tekinteni az optimumszámítás során, a lehető legkisebb értékét keresve (minimum keresés).

Az optimális megoldás keresése során a betartandó feltétel az lesz, hogy a fellépő erő ne haladja meg a maximálisan megengedett értéket ($F < F_{\max}$). Ez lesz az implicit feltétel. A tömegre és a rugóállandóra felvéve egy tetszőleges alsó és felső értéket, adódnak az explicit feltételek. A tervezési változók a tömeg és a rugóállandó.

Ábrázolva a $c - m$ koordináta rendszerben a feltételeket, láthatóvá válik a megfeleléségi tartomány, azaz a tervezési változók azon értékei, melyek olyan pontokat írnak le a tervezési térben, amelyek kielégítik az implicit és explicit feltételeket is. Ha a célfüggvényt konstansokkal tesszük egyenlővé, az adott konstanshoz tartozó szintvonalat kapjuk meg. Keressük azt a lehető legkisebb célfüggvény értéket (azaz a lehető legkisebb konstans), mely a megfeleléségi tartományban halad, azaz még lehetséges. A Kuhn- Tucker féle optimalitási kritérium alapján ez akkor fog szélsőértéket, azaz minimumot adni, ha a célfüggvény érinti a megfeleléségi tartományt, mert ilyenkor az érintési pont lesz az utolsó megfelelő pont, ami még kielégíti a tervezési feltételeket. Ez az érintési pont tekinthető az optimumkeresési feladat megoldásának, az ehhez az esethez tartozó célfüggvény-konstans érték pedig az elérhető legkisebb célfüggvény érték.

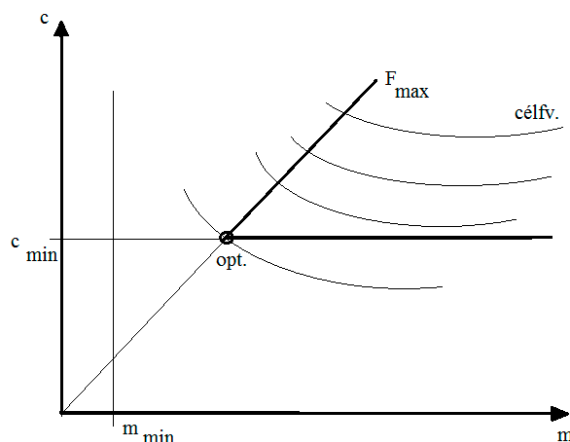
3. AZ OPTIMUMKERESÉSI FELADAT MEGOLDÁSA

A megfeleléségi tartomány és a célfüggvény szintvonalai a 2. ábrán láthatók a $c - m$ koordináta-rendszerben ábrázolva. A célfüggvény szintvonalai hiperbolák, az implicit feltétel határvonalára egy olyan egyenes, amely az origóból indul ki. A rugóállandó explicit feltételei vízszintes egyenesek, a tömeg explicit feltételei függőleges egyenesek. Az automatikusan teljesülő feltételek határvonalait már fel sem tüntettük az ábrában.

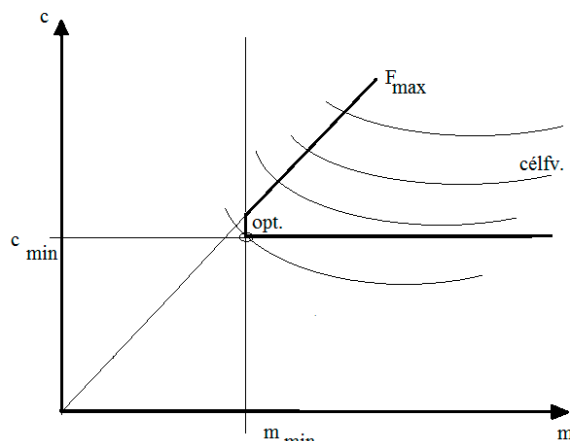
A 2. ábrán látható, hogy az optimális megoldás a megfeleléségi tartomány bal oldali csúcspontjában van, azaz a rugóállandót célszerű minél kisebbre venni, ekkor a tömegre kiadódik egy optimális érték, ami a minimálisan elérhető lassulás értékét adja.

Az $F_{\max}$, $c_{\min}$, $m_{\min}$ mennyiségek konkrét számértékei azonban lehetnek olyanok is, hogy a 2. ábrán vázolt helyzethez képest másképp alakul a célfüggvény és a megfeleléségi tartomány érintkezése, ez a helyzet látható a 3. ábrán. Ekkor mind a rugóállandót, mind pedig a tömeget a lehető legkisebb értékre kell felvenni ahhoz, hogy minimális lassulás legyen elérhető. Ennek a két értéknek a minimumát elérni fizikailag nagyon nehéz és kockázatos lehet, (túl erős rugó kis rugóutat eredményezhet, azaz egyre durvában ütés- szerűvé válik az ütközés, a tömeget pedig mindig csökkenteni

igyekeznek, tehát a minimum egyre lejjebb szorítható). Annak eldöntése, hogy a valóságos esetben melyik helyzet érvényesül, csak a konkrét számértékek ismeretében lehetséges, tehát szükségessé válik egy konkrét számpélda vizsgálata.



2. ábra Az optimálási probléma grafikus ábrázolása

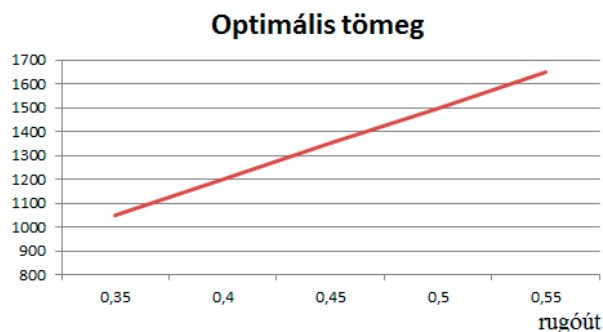


3. ábra Az optimális megoldást adó helyzet másik lehetséges állapota

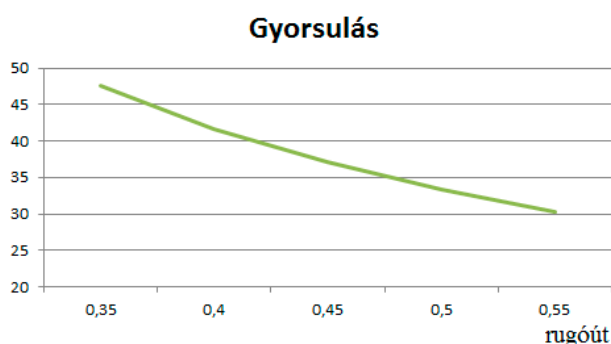
A számpéldához a következő számértékeket vesszük fel: az autó minimális tömege 1000 kg, sebesség 10 m/s, az autóra ható erő megengedett maximális értéke (a benne ülő személy életben maradásához): 50 000 N, az ütköző zóna rugóállandója (kb 40 cm benyomódást feltételezve [6]): 0.048 mm/N. Ekkor az optimális tömegre 1200 kg adódik. A lassulás értéke 41.667 m/s². Ez a 2. ábrának megfelelő helyzetet jelenti. Tehát egy adott rugóállandóhoz található egy optimális tömeg, amely esetén az ütközéskor fellépő lassulás értéke minimális lesz.

Vizsgálható az optimális megoldás érzékenysége például a rugóút függvényében. Ez a vizsgálat azt mutatja meg, hogy az optimális megoldás eredménye mennyire érzékenyen reagál a vizsgált mennyiség (rugóút) megváltoztatására, valamint láthatóvá válik az optimális megoldás környezete is, érzékelhetővé válik, hogy mennyire globális az optimum. A tömeg minimális

értékére a 4. ábra, az elérhető gyorsulás értékére pedig az 5. ábra mutatja az érzékenységet. A tömeg értékeit [kg] mértékegységben, a gyorsulást pedig [m/s²] mértékegységben kell érteni.



4. ábra A tömeg optimalis értékének érzékenysége a rugóút változtatására



5. ábra A gyorsulás elérhető minimális értékének érzékenysége a rugóút változtatására

Az érzékenységi diagramokból az látszik, hogy az optimum inkább feltétel- vezérelt, nem szélsőérték-szerű, főleg a tömeget illetően és elég erősen érzékeny a változásokra. A gyorsulás (azaz a célfüggvény) ábrájában azonban már kis mértékben látszik az elméletileg lehetséges szélsőérték, az elérhető globális minimum, de ez olyan értékek környezetében van, ami irreális lenne az autógyártás szempontjából, ez indokolja a feltételek dominanciáját az optimum értékében.

4. KÉT AUTÓ FRONTÁLIS ÜTKÖZÉSE

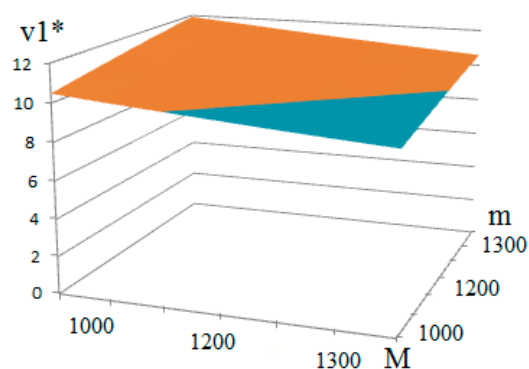
Az itt bemutatott eredmények alkalmazhatók lehetnek két autó frontális ütközésének vizsgálatára is, így mindkét autóra megadhatók azok az összetartozó rugóállandó és tömeg értékek, melyek minimális ütközéskor fellépő gyorsulást eredményeznek. A két frontálisan ütköző autó felfogható úgy, hogy mindkét autó merev falnak ütközik, tehát maga az ütközési helyzete mindkét autónak azonos. Azt azonban figyelembe kell venni, hogy a nagyobb tömegű, nagyobb sebességű autó nemcsak teljesen megállítja a kisebb tömeggel (m), kisebb sebességgel rendelkező autót, hanem tovább tolja azt egy bizonyos sebességgel, tehát a

sebesség változása a két autónak más lesz, a nagyobb tömegű (M) és sebességű (v₁) autónak kisebb lesz a sebességváltozása, mint amilyen sebességgel érkeznek az ütközésbe, a másiknak pedig nagyobb, mint amilyen az ütközés előtti sebessége (v₂) volt. Tehát a két autó optimalis m és c értékét különböző v sebességváltozási értékekhez tartozóan kellene kiszámítani, amennyiben optimalizálni szeretnénk őket a 2. fejezetben leírt grafoanalitikus módszer alkalmazásával. Az autók ütközési sebesség- változása kiszámítható [7]:

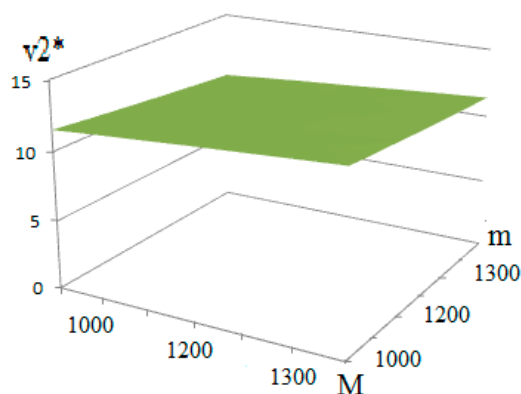
$$v_1^* = \frac{m(v_1 + v_2)}{m + M} \quad (4)$$

$$v_2^* = \frac{M(v_1 + v_2)}{m + M} \quad (5)$$

Értelemszerűen v₁^{*} a nagyobb tömegű autó sebességváltozása, v₂^{*} pedig a kisebb tömegűé. Azt is meg kell említeni, hogy az ütközés ereje a hatás-ellenhatás törvénye miatt mindkét autóra hat, ezért a nagyobb tömegű autónak kisebb lesz a lassulása, mint a kisebb tömegűnek. A fellépő gyorsulások aránya a tömegek arányával fordítottan egyezik meg, tehát a kétszer nagyobb tömegű autónak feleannyi lesz a lassulása. A (4) és (5) egyenletekben szereplő sebességeket m és M függvényében ábrázoltuk, v₁ = 12 és v₂ = 10 m/s esetére, a 6. és 7. ábrán.



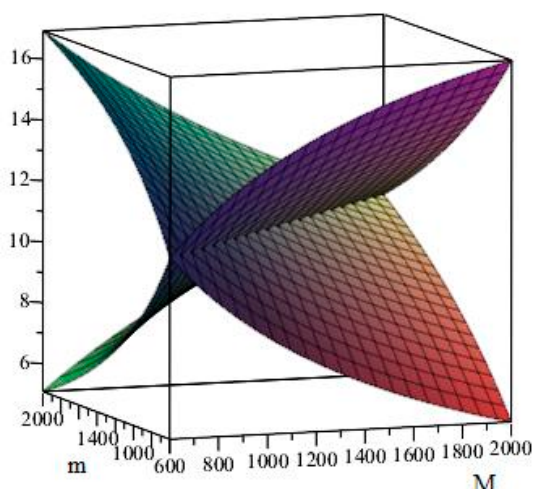
6. ábra Az ütközés utáni v₁^{*} sebesség ábrázolása



7. ábra Az ütközés utáni v₂^{*} sebesség ábrázolása növekedésével csökken és M növekedésével növekszik.

A két ábrázolt közel sík felület áthatása egy egyenes lenne, aminek mentén mindkét autónak ugyanannyi az ütközés utáni sebessége, ami $m = M$ esetén adódik.

A két felület és a metszetük a 8. ábrán látható, egy közös koordináta-rendszerben ábrázolva.



8. ábra Az ütközés utáni sebességek ábrázolása, egy közös koordináta-rendszerben

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Jelen cikkben autóütközési helyzeteket vizsgálunk, optimumkeresési céllal. Az ebből a vizsgálatból adódó eredmények szempontokat adhatnak olyan autóipari fejlesztésekhez, melyek célja az utasok minél nagyobb biztonsága, ütközési helyzetekben is.

Az első vizsgálat során egy autó ütközését vizsgáltuk merev falba, adott sebesség esetére. Az autó tömegét és az ütköző zóna rugóállandóját tekintettük tervezési változóknak, a célfüggvény pedig az ütközéskor elért lassulás értéke, melynek minimumát kerestük. Az optimumkeresési feladatot a Kuhn- Tucker optimalitási kritériumra alapuló grafo-analitikus módszerrel oldottuk meg. Egy számpéldára végigszámolva a módszert, egy ütközési helyzet optimális megoldása is bemutatásra került. Az elért eredmények kisebb módosítások mellett alkalmazhatók két autó frontális ütközésének optimalizálása során is, de az autók tömeg- és sebességi viszonyainak figyelembe vétele azt teszi majd szükségessé, hogy a két autót más- más értékű ütközési sebességváltozás esetére kell optimalni.

6. SUMMARY

In this paper two situations of car collision situations are investigated in order to find an optimum solution. Results of these investigations can be useful during developments and innovations in car industry, searching for better and safer form of cars and try to assure higher safety for the passengers even in case of collision accident situations.

During the first study the collision of a car to a rigid wall is investigated, in order to minimize the acceleration during the collision. The velocity was constant, the design variables were the mass of the car and the spring rigidity of the collision zone of the car. The optimization problem was solved by using a grapho-analytical optimization method based on the Kuhn- Tucker optimality criterion. Optimum solution numerical results are shown for a numerical sample problem. In case of minor modifications, the results obtained here can be applied for the situation of the frontal collision of two cars, too, but during this study it would be necessary to take into consideration the differences of mass and velocity of the cars, therefore different collision velocity will be valid for each car.

7. IRODALOM

- [1] SZABÓ, F.J.: *Optimization of Springs Applied in Vehicle Suspension Structures*. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2018. pp. 585-596, 12 p, DOI 10.1007/978-3-319-75677-6-51 .
- [2] SZABÓ, F. J.: *Optimization of key joints*. Multidisciplinális Tudományok; a Miskolci Egyetem közleményei, 13 (2), pp 159-162, 10 p , (2023). DOI 10.35925/j.multi.2023.2.14 .
- [3] SZABÓ, F. J.: *Grafo- analitikus optimalálás 3D- ben*. GÉP, 75 (3-4), pp. 101-104, 4p, 2024..... DOI 10.7050/GEP.2024.3-4.22 .
- [4] SZABÓ, F. J.: Optimization of gear drive in function of geometrical parameters. In: Merlet, J.; Dahan, M. (editors): *Proceedings of the Twelfth World Congress in Mechanism and Machine Science*, IFToMM 2007. p. CD.
- [5] SZABÓ, F. J., SZTANKÓ B.: *Tengely csapágyazás optimalálása tömegminimumra, a Kuhn- Tucker optimalitási kritérium módszerrel*. GÉP, 70 (3), pp. 66-69. 4 p. 2019.
- [6] Közlekedésbiztonság, előadásvázlat, https://www.nye.hu/ktit/sites/www.nye.hu/ktit/files/dokumentumok/E_segedletek/Kozlekbizt/K%C3%B6zbizt%C3%A1s2016a.pdf, legutóbbi megtekintés : 2025. április 24.
- [7] TASNÁDI P.; JUHÁSZ A.; HORVÁTH G.: *Fizika körülöttünk*. Műzsák Kiadó, Budapest, 1994.