

A SARKI JÉG KITERJEDÉSÉT LEÍRÓ GÖRBE KÖZELÍTÉSE SZIGMOID GÖRBÉVEL

APPROXIMATION OF ARCTIC SEE ICE EXTENT BY SIGMOID FUNCTION

Dr. Szabó Ferenc János *

ABSTRACT

A seven-step process is presented for the more accurate approximation of the arctic ice extent curve. The curve is very oscillating, therefore it is very difficult to approximate it. Linear approximation is not satisfactory, because it will show the very fast elimination of the arctic ice, maybe faster than the reality. The linear approximation ignores the effects of the global climate efforts too. The proposed approximation method is using sigmoid curve and gives a littlebit slower decrease of the ice extent. The presence of the inflexion point of the curve can describe the effects of the climate protection efforts and measures, too.

1. BEVEZETÉS

A szigmoid görbék (S- alakú görbék) nagyfokú multidiszciplinaritást mutatnak, mivel az életünk számos területén találhatóak olyan jelenségek, melyek jól leírhatók szigmoid görbékkel. Megismerve és az adott jelenségre nézve értelmezve a görbék tulajdonságait, az egyenletükben szereplő konstansok, paraméterek jelentőségét, mód nyílik a vizsgált jelenség viselkedésének mélyebb megismerésére, részletesebb jellemzésére, minősítésére, jövőbeli valószínű viselkedésének előrejelzésére, vagy ha szükséges, jelenségeket lehet összehasonlítani, rangsorolni ezáltal.

Ha többféle jelenséget vizsgálunk, akkor minden újabb vizsgált jelenség esetén a jelenséget leíró szigmoid görbe paramétereinek újraértelmezése szükséges, ami a jelenség olyan jellemzőire, aspektusára világíthat rá, amit az eddigi vizsgálatok nem emeltek ki, vagy nem volt nyilvánvaló. Ennek szellemében, kihasználva a szigmoid görbék multidiszciplináris jellegét, ebben a cikkben az eddigi tevékenységek során megismert görbejellemzőket alkalmazzuk, újraértelmezzük a sarki jég kiterjedésének tanulmányozásához, előrejelzéséhez, jellemzéséhez, remélve, hogy itt is sikerül majd rámutatni újabb sajátosságokra, aspektusra.

A sarki jég kiterjedését leíró görbét az év minden hónapjára vonatkozóan 50 évre visszamenőleg megtalálhatjuk az EUMETSAT honlapján [1]. Ez a görbe nehezen közelíthető, mert az általa mutatott értékek évről

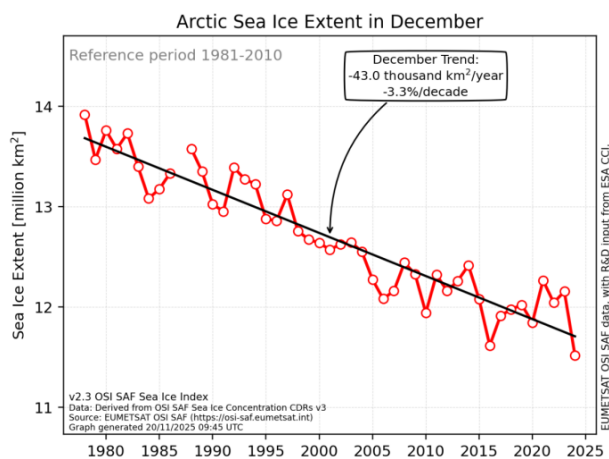
évre nagy kitéréseket mutatnak, nagyon „oszcillál” (1. ábra). A görbét közreadó intézmény bemutat egy lineáris közelítést, de felhívja a figyelmet, hogy ebből messzemenő következtetéseket csak megfelelő óvatossággal és további vizsgálatok alapján vonjunk le. Az egyenessel való közelítés a jég mennyiségének ijesztően gyors csökkenését vetíti előre a közeljövőben. Továbbá a lineáris közelítés nem veszi figyelembe, hogy a globális klímavédelmi intézkedéseknek lehet hatása a sarki jég kiterjedésére is, ami ennek a csökkenésnek kis mértékű fékezését jelentheti.

A sarki jég kiterjedését leíró görbét az előzőekben részletezett okok miatt pontosabban szükséges közelíteni, hogy a jelenség viselkedését részletesebben láthassuk, valamint pontosabb prognózist adhassunk a jég kiterjedésének várható jövőbeli alakulásáról.

Jelen cikkben egy több lépésből álló eljárást mutatunk be, melynek segítségével áthidalhatók a görbe közelítésének nehézségei, azaz kissé kisimíthatók a nagymértékű oszcilláció hullámai, valamint megoldható az is, hogy a közelítést egy növekedési görbével oldjuk meg, pedig a görbe csökkenő tendenciát mutat. A csökkenő görbe ilyen megközelítési módszere hasznos lehet más területeken is, ahol a jelenség csökkenő jellegű (pl. az optimumkereső algoritmusok iterációtörténeti görbéje minimumkeresés esetén csökkenő szigmoid görbével jellemezhető).

Az eddigi munkák során több olyan területet is sikerült érinteni (COVID-19, Szabó, 2020 [2], termékek életgörbéje, Szabó, 2021 [3], világtengerek műanyag-szennyezettsége, Szabó, 2019 [4], szerszámkopás, Szabó, 2021 [5], hallgatói csoportok, pályázati jelentkezők minősítése, összehasonlítása, Szabó, 2017, [6], mérések, hosszan tartó vizsgálatok rövidítése, Szabó, 2024, [7], optimáló algoritmusok és sport csúcsok Szabó, 2011, [8]), ahol érdekes következtetéseket lehetett levonni a jelenség viselkedésére vonatkozóan, valamint nagyon hasznos új szempontokat sikerült felfedezni a különféle jelenségek mélyebb vizsgálatához, a szigmoid görbe jellemzőinek a jelenség viselkedésére, jellemzőire vonatkozó jelentésének újradefiniálása, aktualizálása útján.

* egyetemi docens Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Intézet



1. ábra. A sarki jég mennyiségének alakulása az utóbbi ötven évben, december hónapban vett adatok.
Forrás: EUMETSAT [1]

Az így elvégzett közelítés jól követi a görbe tendenciáját, a jövőre nézve pedig kissé lassabb jég- pusztulást prognosztizálhatunk ez alapján.

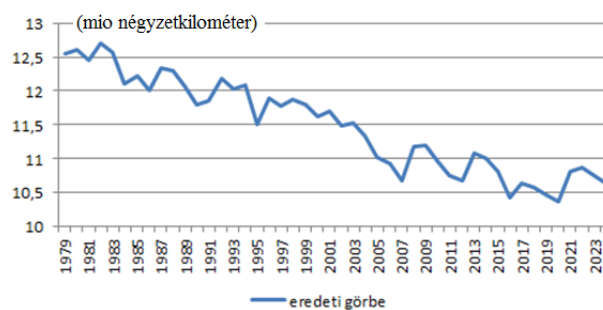
2. A GÖRBE KÖZELÍTÉSÉNEK LÉPÉSEI

Kidolgozásra került egy olyan, több lépésből álló közelítési eljárás, amely növekedési típusú szigmoid görbével is képes közelíteni a csökkenő tendenciát mutató jelenségeket leíró görbéket. A szigmoid görbéket alapjában véve növekedési jelenségek leírására, a korlátozott fejlődés, vagy akadályozott növekedés matematikai leírására fejlesztették ki. Az egyik ilyen görbe a Pearl- Reed féle logisztikai görbe, melyet populáció növekedés modellezéséhez alkalmaztak, egy másik ilyen növekedési görbe a Bertalanffy féle növekedési görbe, orvosi folyamatok, vagy állatok, növények növekedési folyamatának leírásához. A növekvő típusú görbék nem alkalmazhatóak közvetlenül a csökkenést mutató jelenségek vizsgálatához, mindig pontatlanságot, kevésbé jó közelítést adnak. Ezért vált szükségessé egy olyan eljárás kidolgozása, amely lehetővé teszi a csökkenő tendenciát mutató jelenségek görbéjének közelítését a növekedési típusú görbékkel. Ez az eljárás jól alkalmazható minden olyan esetben, amikor csökkenő tendenciájú, de szigmoid-szerű (lassuló, telítődést mutató) görbékkel leírható jelenséget kell közelíteni. Ilyen eset lehet például a minimumot kereső optimáló algoritmusok iteráció görbéje. Ekkor az algoritmus sokszori lefuttatása helyett (ami napjainkban a Multidiszciplináris Optimálás korszakában nagyon időigényes lehet), alkalmazva a görbe közelítését, megbecsülhető az optimálási folyamat végeredménye, ezzel sokkal gyorsabban össze-hasonlíthatók lesznek a különféle paraméterek beállításának hatásai, tehát jelentősen meggyorsíthatóak a numerikus kísérletek, pontosítások, hatékonyság-növelések nagyon időigényes folyamatai.

A közelítési eljárás lépései a következők:

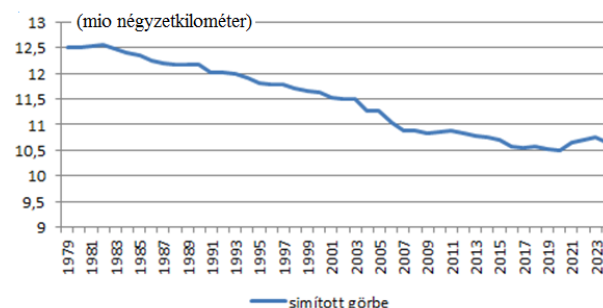
1. Simítás, oszcilláció csökkentése (ha szükséges)
2. Tükrözés az X tengelyre
3. Eltolás (a pozitív értékkészlet érdekében)
4. Közelítés, a görbe egyenletének felírása
5. A közelítő görbe eltolása (a 3. pont ellentéte)
6. Visszatükrözés (a 2. pont ellentéte)
7. Az eredeti és a közelítő görbe összehasonlítása.

Jelen cikkben ezeket a lépéseket a sarki jég kiterjedésének alakulását az utóbbi ötven évben mutató görbe közelítésére alkalmazzuk, remélve, hogy a jelenség jövőbeli alakulására pontosabb prognózis adható majd ez alapján. Az ebben a munkában található ábrák a sarki jég kiterjedését millió négyzetkilométer mértékegységben mutatják. A simításkor két szomszédos görbepont átlagát vesszük, kivéve, ha a görbe simasága azt kívánja, hogy inkább az egyik pont maradjon meg ezek közül.

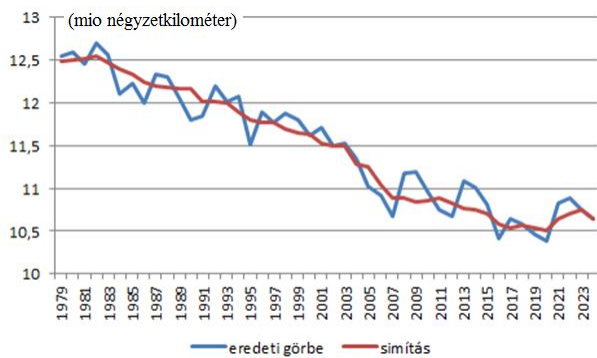


2. ábra. A sarki jég mennyiségének alakulása az utóbbi 50 évben, július hónapra vonatkozóan. Forrás: marine.copernicus.eu, [9]

Megjegyzendő, hogy az első lépésre, a simításra csak akkor van szükség, ha a görbe zavaróan oszcillál, ami nehezíti a közelítést, mint például az 1. ábra görbéje. A többi lépésre mindig szükség van a megfelelő közelítés érdekében. A 2. ábra a sarki jég kiterjedésének változását mutató görbét tartalmazza, az utóbbi 50 évben, július hónapra vonatkozóan. Forrás: marine.copernicus.eu. A simítás hatását mutatja a 3. ábra, a 4. ábrán az eredeti görbe és a simított görbe egyszerre látható.

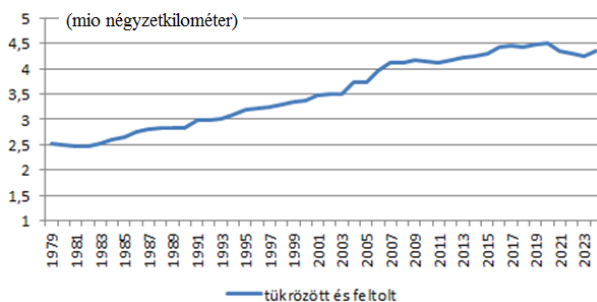


3. ábra. A simítás hatása



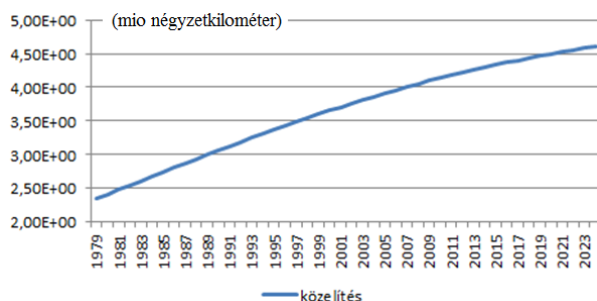
4. ábra. A simított és az eredeti görbe együtt

A második lépés az X tengelyre való tükrözés, ami azért fontos, hogy a csökkenő függvényt növekvővé transzformáljuk, ezzel jobban fog illeszkedni a görbe lefutása a növekedési függvényhez, tehát könnyebb lesz a tendencia követése. Azonban ez a lépés azt okozza, hogy a tükrözött függvénynek negatív számok lesznek az értékei, ezért $K = 15$ értékkel feltoljuk Y irányban. Ennek a tükrözésnek és feltolásnak az eredménye látható az 5. ábrán.



5. ábra. Simítás, tükrözés és feltolás után

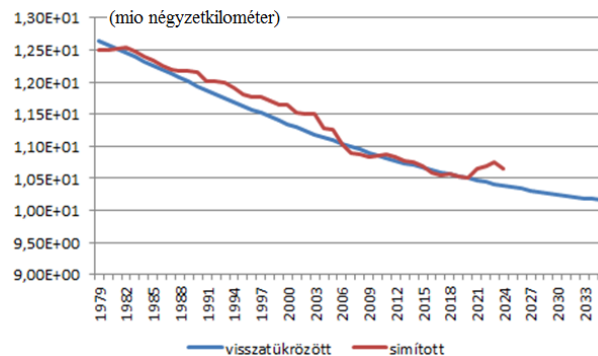
Az így kialakuló függvény már sokkal jobban közelíthető, mint a 2. ábrán látható állapot. A közelítő függvény látható a 6. ábrán. A görbe egyenlete az (1) összefüggésben látható. Mivel a negatív jég- kiterjedés nem értelmezhető mennyiség, ezért az X tengelyre tükrözött görbéket nem mutatjuk be, hiszen ezeknek negatív számok az értékészlete.



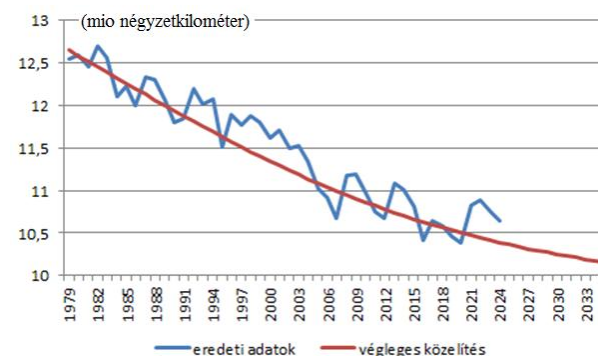
6. ábra. A közelítő függvény.

A 6. ábra közelítő függvényét visszatükrözzük (ekkor negatívvá válnak az értékei) és újra feltoljuk K értékkel

az Y tengely mentén, ekkor már az eredeti függvénynek megfelelő pozícióba kerül, és ekkor összehasonlítható lesz a simított függvénnyel (7. ábra) és az eredeti függvénnyel is (8. ábra).



7. ábra. A simított és a közelítő függvény együtt



8. ábra. Az eredeti és a közelítő függvény együtt

A 8. ábrán mutatott helyzetet tekintjük a végleges közelítésnek. A 7. és 8. ábrán a közelítő függvényt meghosszabbítottuk 10 évvel (2035-ig), hogy láthatóvá váljon a jövőbeli viselkedés prognosztizálása is.

$$\text{A közelítő görbe egyenlete: } y(x) = \frac{K}{1 + ce^{-rx}}, \quad (1)$$

A transzformációk képletei:

Tükrözés X tengelyre: $y' = -y$, feltolás az Y tengely mentén: $y'' = y + K$, ahol $K = 15$ [mio km²] eltolási konstans.

Az egyenessel való közelítés és a szigmoid görbével történő közelítés jövőbeli viselkedésre vonatkozó előrejelzései között millió négyzetkilométer jégkiterjedés különbség mutatkozik, ami jelentős eltérésnek minősíthető. Ha ez az eredmény tényleg valóságosnak bizonyul (amit a jövőbeli megfigyelések tesznek majd láthatóvá), akkor ezt a különbséget a klímavédelmi intézkedések hatásai magyarázhatják, ami jelentős fegyvertény lenne a klímavédelemmel foglalkozó tudósok és szakemberek számára, hiszen a tevékenységük eredményeképpen ennyi jég megmenekül a pusztulástól.

3. ÖSSZEFOGLALÁS

Ebben a munkában egy hét lépésből álló közelítési eljárást mutatunk be, mely kiküszöböli a csökkenő tendenciájú jelenségek viselkedését leíró görbék (Pearl-Reed (logisztikai görbe) vagy Bertalanffy (növekedési görbe)) alkalmazásával jelentkező problémákat:

Az egyik probléma a csökkenő jelleg miatt adódik, ugyanis az említett szigmoid függvények növekedési típusú görbék, tehát olyan jelenségeket közelítenek igazán jól, melyek növekedési tendenciát mutatnak, Csökkenés esetén a közelítés nehezebbé válik és pontatlanabb eredményeket ad, ami zavarja majd a jelenség jövőbeli viselkedésére adandó prognózist a közelítő szigmoid görbe alapján.

A másik gond olyankor adódik, amikor a vizsgált jelenség görbéje, amit szigmoid görbével szeretnénk közelíteni, a viselkedés jellegéből fakadóan jelentős kitéréseket, oszcillációkat vagy hasonló anomáliákat mutat, mert ekkor szintén nagyon nehezzé válik a görbe közelítése, a viselkedésben rejlő tendenciák felfedezése és a jövőbeli várható helyzet előrejelzése.

Az első problémát egy X tengelyre történő tükrözéssel, a második problémát egy simítással oldottuk meg. Az ezek alkalmazása után kialakuló simább és növekvő tendenciát mutató függvényt már jelentősen könnyebb közelíteni és az egyenletét felírni. Természetesen ahhoz, hogy a közelítő függvényt az eredeti görbéhez hasonlíthassuk, a két transzformációt (tükrözés és eltolás) visszafelé kell alkalmazni a közelítő függvényre, így kerül vissza abba a pozícióba, melyben összehasonlíthatóvá válik az eredeti görbével. A közelítő görbét meg is lehet hosszabbítani az idő függvényében, így tehetünk közelítő előrejelzéseket a jelenség jövőbeli viselkedésére nézve.

A módszert a sarki jég kiterjedését leíró görbére alkalmaztuk, eredményként pontosabb közelítést kaptunk. A jövőbeli helyzet szigmoid görbével történő közelítése lassabb jégpusztulást mutat, mintha egyenessel közelítettünk volna, valamint a szigmoid görbe jellegéből adódóan kimutatható a klímavédelmi intézkedések hatása is.

4. SUMMARY

In this paper a seven- step approximation procedure is shown, and it is used for the approximation of the arctic ice extent curve. The shape of this curve is very wavering, therefore it is difficult to approximate. Linear approximation is not enough accurate and it will give too pessimistic forecast for the future. Approximation of this curve by sigmoid curve invokes a new difficulty, because the Pearl- Reed and Bertalanffy sigmoid curves are growth type curves, developed originally for the description of growth phenomena, but the arctic ice extent curve is decreasing type curve. This difference

will result in that the quality of the approximation will be not satisfactory and the forecasts given on the basis of this approximation will be not enough accurate.

The seven steps of the approximation procedure shown in this paper will contain a smoothing step, decreasing the wavering of the curve and a transformation of the curve into increasing shape. These two steps assure that the approximation of the curve will be more easy and more accurate. After the approximation, it is necessary to perform the inverse of these steps, in order to show the approximation function in the position of the original curve, since the comparison will be possible only in this position.

5. IRODALOM

- [1] Sarki jég kiterjedésének görbéje: <http://osisaf-hl.met.no/v2p3-sea-ice-index>
- [2] Szabó, F. J.: *A COVID-19 járvány időbeli alakulásának vizsgálata szigmoid görbékkel*. Multidiszciplináris Tudományok, 10: 3 pp 294-306., 13p (2020). <https://doi.org/10.35925/j.multi.2020.3.35>
- [3] Szabó, F. J.: *A szigmoid görbék multidiszciplinaritása*. GÉP, LXXII, 3.-4., pp 61-64, 4p (2021) ISSN 0016-8572 .
- [4] Szabó, F. J.: *Application of sigmoid curves in environmental protection*. In: Szita Tóthné, Klára, Jármai Károly, Voith Katalin (editors): *Solutions for Sustainable Development: Proceedings of the 1st International Conference on Engineering Solutions for Sustainable Development*, (ICSSD 2019). London, United Kingdom: CRC Press, pp. 1- 7, 7p. 2019.
- [5] Szabó, F. J.: *Analysis of Wear Curves as Sigmoid Functions*. Lecture Notes in Mechanical Engineering, 22. pp 273-281. 14p (2021). https://doi.org/10.1007/178-981-15-9529-5_24
- [6] Szabó, F. J.: *Evolutionary Based System for Qualification and Evaluation of Group Achievements (EBSYQ)*. International Journal of Current Research, ISSN: 0975-833X, Vol. 9, 08, pp. 55507 – 55516, August, 2017.
- [7] Szabó, F. J. : *Vizsgálatok időigényének csökkentési lehetősége szigmoid görbék alkalmazásával*. Multidiszciplináris Tudományok, Évf 14., 4. szám, pp. 24-32, p 9. 2024.
- [8] Szabó, F. J.: *Analógia a sport- világcsúcsok története és az evolúciós optimálós algoritmusok iteráció-története között*. GÉP, LXII; 9- 10., p 28-31. , 4p. (2011). ISSN 0016- 8572
- [9] *A sarki jég kiterjedése 50 éven keresztül, július hónapra* <https://marine.copernicus.eu/hu/ocean-climate-portal/arctic-sea-ice-extent>