

TENGELY IGÉNYBEVÉTELÉNEK VIZSGÁLATA ÉS VALIDÁLÁSA VÉGESELEMES MÓDSZERREL CFD ALAPÚ TERHELÉS ESETÉN

STRENGTH ANALYSIS AND VALIDATION OF AN OVER- HUNG SHAFT USING ANALYTICAL AND FINITE ELEMENT METHODS

Polgár Máté, Dr. Németh Gábor**, Prof. Dr. Csóka Levente****

ABSTRACT

This paper presents the strength analysis of an overhung shaft using analytical and finite element methods under combined bending and torsional loading conditions. The loading conditions were determined based on CFD simulations and operating data obtained from the electric motor.

Analytical calculations were used to determine the nominal stresses, while the finite element model enabled the investigation of local stress concentrations caused by geometric discontinuities. The results showed that the shaft behavior is primarily dominated by bending, whereas torsional loading acts as a secondary effect.

The validation of the numerical model was performed using measured operating torque values. At lower rotational speeds (1470 1/min), the CFD model underestimated the actual shaft loading due to the absence of mechanical losses, resulting in a relative deviation of approximately 58%. In contrast, at higher rotational speeds (2200 1/min), the relative deviation remained below 5.8%, showing good agreement between the measured and simulated reduced torque values.

The results indicate that the shaft design can be considered safe under the investigated operating conditions, and the presented methodology is suitable for the analysis and validation of similar drive systems.

1. BEVEZETÉS

A tengelyek méretezése során a hajlító és csavaró igénybevétel együttes figyelembevételére van szükség. Az analitikus módszerek gyors becslést adnak, míg a végeelemes módszer részletes eloszlást biztosít.

2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A tengelyek és forgó gépelemek mechanikai méretezése a gépészeti tervezés egyik alapvető területe, amely során különös figyelmet kell fordítani a hajlító- és csavaró igénybevételek együttes hatására, valamint a kifáradási jelenségekre. Budynas és Nisbett [1] részletesen

tárgyalják a tengelyek méretezésének klasszikus módszereit, különös tekintettel a kombinált terhelésekre és a geometriai átmeneteknél kialakuló feszültségkoncentrációkra. A szerzők kiemelik, hogy a vállkialakítások és átmérő-változások jelentősen befolyásolják a lokális feszültségállapotot, ezért ezek pontos vizsgálata elengedhetetlen a biztonságos méretezéshez.

A végeelemes módszer (FEM) napjainkban széles körben alkalmazott eszköz a komplex geometriai kialakítások és lokális feszültségeloszlások vizsgálatára. Gokhale és szerzőtársai [2] bemutatják a végeelemes modellezés gyakorlati alapjait, különös hangsúlyt fektetve a hálózási stratégiák és peremfeltételek helyes megválasztására. A szerzők rámutatnak, hogy a lokális feszültségmaximumok megfelelő meghatározásához finomított háló alkalmazása szükséges, különösen olyan geometriai átmeneteknél, ahol jelentős feszültségkoncentráció alakulhat ki.

Fish és Belytschko [3] a végeelemes módszer matematikai és mechanikai alapjait tárgyalják, külön figyelmet fordítva a lineáris rugalmasságtani problémák numerikus megoldására. Munkájukban hangsúlyozzák, hogy a hálómínőség és az elemtípus megválasztása jelentős hatással van a számítási eredmények pontosságára, különösen forgó gépelemek esetében, ahol a kombinált hajlító és csavaró igénybevételek együttesen jelentkeznek.

Bathe [4] részletesen ismerteti a végeelemes eljárások szerkezeti mechanikai alkalmazását, és kiemeli a megfelelő peremfeltételek szerepét a numerikus modellek stabilitásában és pontosságában. A szerző szerint a csapágyazások, befogások és külső terhelések helyes reprezentációja alapvetően meghatározza a kapott feszültségeloszlást és deformációs eredményeket.

Zienkiewicz, Taylor és Zhu [5] a végeelemes módszer elméleti alapjait és mérnöki alkalmazhatóságát tárgyalják. Munkájukban kiemelik, hogy a numerikus modellek egyik legfontosabb előnye a lokális feszültségkoncentrációk és komplex terhelési állapotok vizsgálhatósága, amelyek analitikus módszerekkel csak korlátozott pontossággal írhatók le.

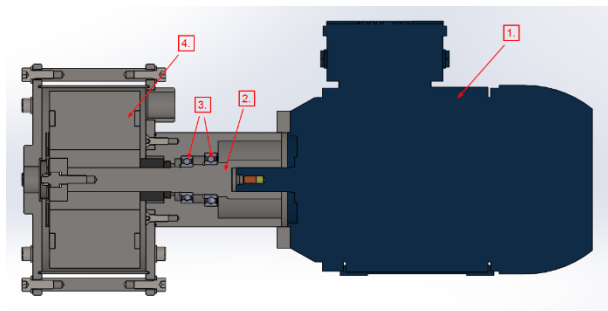
* PhD hallgató, Soproni Egyetem, Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák Doktori Iskola

** egyetemi docens, Soproni Egyetem, Faipari Mérnöki és Kreatívipari Kar, Alkalmazott Tudományi Intézet

***egyetemi tanár, ELTE Informatikai Kar, Savaria Műszaki Intézet

3. STATIKAI MODELL

A rendszer összeállítását az 1. ábra szemlélteti. A hajtás-lánc felépítését tekintve egy háromfázisú, 4 kW teljesítményű villanymotorból, egy tengelyből, illetve a tengely megtámasztását végző csapágyakból, valamint a kavitációs generátor reakciós teréből épül fel. A számítások során két terhelési esetet különböztetünk meg, melyek a maximális nyomaték, illetve az üzemi terhelés esete.



1. ábra. A rendszer felépítése

3.1 Maximális nyomaték esete

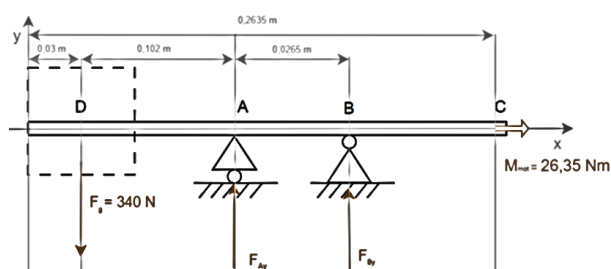
Az első eset, a motor maximális nyomatéka, mely a következők alapján számítható:

$$M_{mot} = \frac{P_{mot}}{\omega} \quad (1)$$

A motor névleges fordulatszáma 1450 1/min, így a tengely ellenőrzését erre az értékre végezzük el, amiből a szögsebesség 151.84 rad/s, így a nyomaték a következőként alakul:

$$M_{mot} \approx 26,35 \text{ [Nm]} \quad (2)$$

A tengelyt túlnyúló tartóként modellezzük, ahol a tárcsa súlyából származó erő a csapágytámaszokon kívül hat.



2. ábra. A rendszer statikai modellje

Az ábrán látható F_g a tárcsa tömegéből származtatott gravitációs erőt jelöli. A tárcsa tömege 34 [kg].

A súlyerő:

$$F_g = m \cdot g = 340 \text{ [N]} \quad (3)$$

A statikai egyensúly feltételei:

$$\sum F_y = 0 \quad (4)$$

$$F_A + F_B + F_g = 0 \quad (5)$$

A nyomatéki egyensúlyt az A pontra felírva:

$$\sum M_A = 0 \quad (6)$$

$$F_g \cdot 0.102 + F_B \cdot 0.0265 = 0 \quad (7)$$

Ebből a B csapágy reakcióereje:

$$F_{By} = \frac{F_g \cdot 0.102}{0.0265} = -1309 \text{ [N]} \quad (8)$$

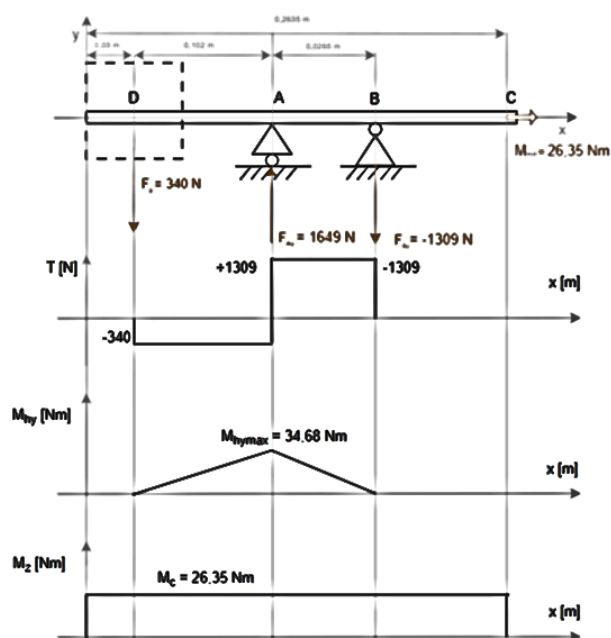
Az A csapágy reakcióereje:

$$F_{Ay} = F_g + F_{By} = 1649 \text{ [N]} \quad (9)$$

A negatív előjel azt jelenti, hogy az A csapágy reakcióereje lefelé mutat. A maximális hajlítónyomaték a csapágnál alakul ki:

$$M_{max} = F_g \cdot 0.102 = 34.68 \text{ [Nm]} \quad (10)$$

A támasztóerők, illetve a számított nyomatékok alapján az igénybevételi ábrákat a 3. ábra szemlélteti. Mivel a tengelyt ellenőrizni szeretnénk, ezért az átmérőt előre meghatároztuk, melynek értéke $d = 28$ [mm], a minimális, kritikus helyen.



3. ábra. A rúd igénybevételi ábrái

$$\sigma_h = \frac{32M_{max}}{\pi d^3} \quad (11)$$

$$\sigma_h = 16.0 \text{ [MPa]} \quad (12)$$

A csavaró igénybevételt a motor által szolgáltatott nyomaték határozza meg, amely a tengely mentén állandónak tekinthető:

$$T = M_{mot} = 26.35 \text{ [Nm]} \quad (13)$$

A csavarófeszültség:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (14)$$

$$\tau = 6.13 \text{ [MPa]} \quad (15)$$

A kombinált igénybevétel értékelésére a Huber–Mises–Hencky kritériumot alkalmazzuk:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_h^2 + 3\tau^2} \quad (16)$$

$$\sigma_{eq} = 19.4 \text{ MPa} \quad (17)$$

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a hajlító igénybevétel domináns a csavaró igénybevétellel szemben, ugyanakkor a csavarás hatása már nem elhanyagolható. A maximális feszültség a csapágó közelében alakul ki, ami a kritikus keresztmetszet helyét egyértelműen meghatározza.

3.2 Üzemi állapot esete

Az üzemi állapot vizsgálata során azt a fordulatszámot vesszük figyelembe, ahol a kavitációs generátor a legnagyobb hatásfokkal [6] funkcionál. Az üzemi állapot vizsgálatakor a motor magasabb fordulatszámán működik, amely csökkenti a tengelyen ébredő nyomatékot. A számítás alapjául a $n = 2200 \text{ [1/min]}$ fordulatszámot vesszük figyelembe. Üzemi körülmények között a folyadék áramlását is figyelembe kell vennünk, mely egy fékező nyomatékként hat a tengelyre. Értékét CFD szimuláció segítségével állapítottuk meg. A tengely méretezése során a motor névleges, 4 kW teljesítményéből származtatott maximális nyomaték került figyelembevételre. Ez a megközelítés konzervatív, mivel biztosítja, hogy a szerkezet a lehetséges legnagyobb terhelés mellett is biztonságosan üzemeljen. Bár az üzemi körülmények között mért nyomaték ennél alacsonyabb, a méretezésnél a maximálisan fellépő igénybevételt kell alapul venni a megfelelő biztonság érdekében:

A szögsebesség:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (18)$$

$$\omega = 230.38 \text{ [rad/s]} \quad (19)$$

A motor nyomatéka:

$$M_{motu} = \frac{P}{\omega} \quad (20)$$

$$M_{motu} = 17.36 \text{ [Nm]} \quad (21)$$

A tengelyen ébredő eredő csavarónyomaték a terhelő nyomaték figyelembevételével számolandó:

$$T = M_{motu} - M_t = 17.36 - 8.6 = 8.76 \text{ [Nm]} \quad (22)$$

A hajlító igénybevétel az üzemi állapotban nem változik, így a maximális hajlítónyomaték:

$$M_{max} = 34.68 \text{ [Nm]} \quad (23)$$

A hajlítófeszültség:

$$\sigma_h = \frac{32M_{max}}{\pi d^3} \quad (24)$$

$$\sigma_h = 16.0 \text{ [MPa]} \quad (25)$$

A csavarófeszültség:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (26)$$

$$\tau = 2.04 \text{ [MPa]} \quad (27)$$

A kombinált igénybevétel meghatározása a Huber–Mises–Hencky kritérium alapján:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_h^2 + 3\tau^2} \quad (28)$$

$$\sigma_{eq} = 16.4 \text{ [MPa]} \quad (29)$$

Megállapítható, hogy az üzemi állapotban a csavaró igénybevétel csökken a nagyobb fordulatszám következtében, így az egyenértékű feszültség kisebb a maximális nyomaték esetéhez képest. A hajlító igénybevétel továbbra is domináns.

4. SZIMULÁCIÓS EREDMÉNYEK

Az eredményeket statikai szimuláció alkalmazásával ellenőriztük, az alkalmazandó szoftver a Solidworks Simulation, ahol a hajtó tengely végleges kialakítása lett szimulálva, mind a két terhelési esetben.

4.1 Peremfeltételek

A végeelemes modellben alkalmazott peremfeltételek meghatározásánál a tengely valós csapágózási viszonyait közelítettük. A két csapágópozíción radiális irányú megtámasztást alkalmaztunk, amely megakadályozza a tengely keresztirányú elmozdulását, ugyanakkor lehetővé teszi a forgást. Az axiális irányú kinematikai túlháztározottság elkerülése érdekében az egyik csapágónál az

axiális elmozdulást szabadon hagytuk, míg a másik csapágynál azt korlátoztuk.

A numerikus stabilitás biztosítása érdekében az egyik megtámasztási helyen a tengely elfordulását is korlátoztuk, ami megakadályozza a merevtest-szerű elmozdulásokat. A terhelések definiálásakor a súlyerőt gravitációs gyorsulásként vettük figyelembe, míg a hajlító igénybevételt eloszló terheléssel modelleztük. A csavaró igénybevételt a tengely végén alkalmazott nyomatékkal adtuk meg, amelyet a vizsgált eseteknek megfelelően redukált értéként vettünk figyelembe.

Az alkalmazott peremfeltételek lehetővé teszik a valós üzemi viszonyok megfelelő közelítését, miközben biztosítják a modell numerikus stabilitását és a túlzott merevítés elkerülését.

4.2 Hálózás

A végeelemes modell felépítése során kiemelt figyelmet fordítottunk a megfelelő hálózás kialakítására, különösen a geometriai átmenetek és feszültségkoncentrációk szempontjából kritikus területeken. A számításokhoz szilárd (solid) elemekből álló, standard hálózási eljárással generált modellt alkalmaztunk.

A globális elem méretét 1 mm értéken határoztuk meg, amely megfelelő kompromisszumot biztosít a számítási idő és a pontosság között. A vállkialakítások és rádiuszok környezetében a háló sűrítésével biztosítottuk a lokális feszültségeloszlás pontos leképezését.

A végleges háló főbb jellemzői az alábbiak:

- elemszám: 882 090 db,
- csomópontok száma: 124 361

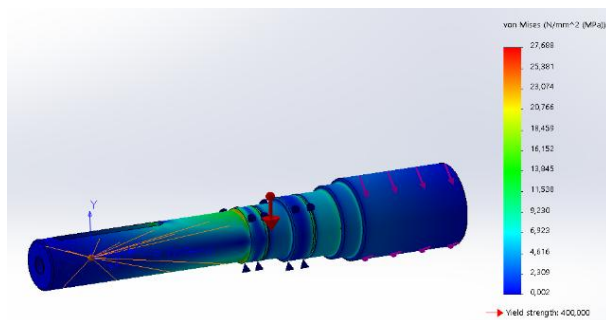
A háló minőségi mutatói alapján a modell numerikusan stabilnak tekinthető, és alkalmas a lokális feszültségcsúcsok megbízható meghatározására.

4.3 Az ébredő feszültségek értékelése

A végeelemes analízis eredményeként a tengelyen kialakuló feszültségeloszlást a redukált (von Mises) feszültség alapján értékeltük. A vizsgálat során két terhelési esetet különítettünk el: a maximális nyomatékhoz tartozó állapotot, valamint az üzemi állapotot.

A maximális nyomaték esetén a végeelemes modellben meghatározott legnagyobb redukált feszültség:

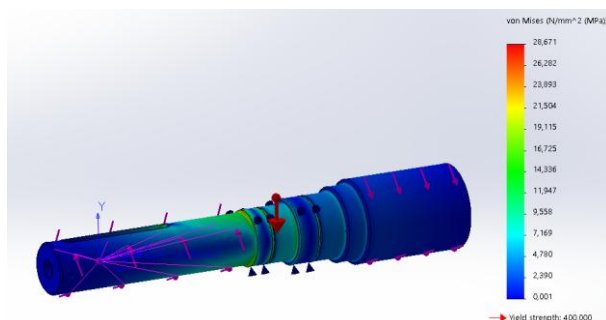
$$\sigma_{eq,max}=27.69 [MPa] \quad (30)$$



4. ábra. A feszültségeloszlás a maximális nyomaték esetén

Az üzemi állapotban:

$$\sigma_{eq,uzemi}=28.67 [MPa] \quad (31)$$



5. ábra. A feszültségeloszlás az üzemi állapot esetén

A feszültségeloszlás alapján megállapítható, hogy a maximális igénybevétel mindkét esetben a legkisebb átmérőjű szakaszt követő vállkialakításnál alakul ki. Ez a geometriai átmenet jelentős feszültségkoncentráció okoz, amely a redukált feszültség lokális növekedéséhez vezet.

Az analitikus számítás során meghatározott egyenértékű feszültségek a névleges keresztmetszetben:

$$\sigma_{eq,anal} \approx 19.4 [MPa] \quad (32)$$

Az átlagos feszültségek összehasonlítása:

$$\sigma_{avg,max}=22.35 [MPa] \quad (33)$$

$$\sigma_{avg,uzemi}=23.01 [MPa] \quad (34)$$

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a két terhelési eset között a feszültségek nagyságrendje közel azonos, annak ellenére, hogy a csavarónyomaték különbözik. Az eredmények, illetve a szimuláció helyességének vizsgálatára különböző, eltérő terheléseket vizsgáltunk meg, egyrészt a hajlítófeszültség nélkül (csak a csavarónyomatékokat megadva), továbbá a hajlítófeszültség figyelembevételével. Ezt a 1. táblázat foglalja össze:

1. táblázat.

A terhelési esetek eredményeinek összefoglalása

Terhelés eset	Szimuláció során ébredő maximális, lokális feszültség [MPa]
Motor nyomaték	16,831
Üzemi nyomaték - CFD terhelés	10,623
Motor nyomaték + Tárca tömeg (hajlítónyomaték)	27,688
Üzemi állapot + Tárca tömeg (hajlítónyomaték)	28,671
Üzemi állapot (üzemi nyomatékkal meg egyező irányú CFD csavarónyomaték) + Tárca tömeg	28,631

A végeelemes és az analitikus eredmények közötti különbség elsősorban abból adódik, hogy az analitikus modell nem veszi figyelembe a geometriai feszültségkoncentrációkat. A végeelemes modell ezzel szemben képes a lokális feszültségcsúcsok meghatározására, különösen a vállkialakítások és rádiuszok környezetében.

A hajlítófeszültség nélküli, tisztán csavarónyomatékokat feltételező szimulációk az analitikus számításokhoz hasonló tendenciát mutatnak, azaz a nagyobb csavarónyomaték, nagyobb ébredő feszültséget eredményez. Ezáltal a peremfeltételek és a hálózás finomsága megfelelőnek tekinthetők.

A végeelemes eredmények kis mértékű eltérése (1–3%) a két eset között a feszültségeloszlás nemlineáris jellegére, valamint a befogások jellegére vezethetők vissza. A tárcsa tömegéből származó hajlító igénybevétel domináns terhelési komponens, amelyhez a csavarásból származó nyírófeszültségek lokálisan hozzáadódnak. Emiatt a kisebb eredő nyomaték ellenére a geometriai átmenetek környezetében kedvezőtlenebb többtengelyű feszültségállapot alakulhat ki, amely a redukált feszültség kismértékű növekedését eredményezi.

Az ellenőrző számítások azt mutatták, hogy a CFD-ből származó csavarónyomaték irányának módosítása sem eredményezett jelentős változást a maximális redukált feszültségben. Ez arra utal, hogy a rendszer viselkedését elsődlegesen a hajlító igénybevétel határozza meg, míg a csavaróterhelés annak lokális módosító komponensként jelenik meg.

A számított maximális feszültségek jelentősen elmaradnak az alkalmazott anyag folyáshatárától ($R_e=400\text{MPa}$), így a tengely kialakítása a vizsgált terhelési esetekben biztonságosnak tekinthető.

5. KIFÁRADÁSI VIZSGÁLAT

A forgó tengelyek esetében a hajlító igénybevétel a tengely forgása miatt váltakozó jellegű feszültséget hoz létre. Egy adott felületi pont a forgás során periodikusan húzó, majd nyomó feszültségnek van kitéve, amely ciklikus terhelést eredményez. Ez a jelenség kifáradáshoz vezethet még akkor is, ha a maximális feszültség a folyáshatár alatt marad.

A végeelemes analízis alapján a kritikus keresztmetszet a vállkialakításnál található, ahol a maximális redukált feszültség $\sigma_{max} \approx 28\text{ [MPa]}$. Mivel a hajlítás domináns, a feszültség teljesen váltakozónak tekinthető, így:

$$\sigma_{min} \approx -\sigma_{max} \quad (35)$$

A váltakozó és közép feszültség:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \approx 28\text{ [MPa]} \quad (36)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \approx 0 \quad (37)$$

A kifáradási ellenőrzést Goodman-diagram [7] segítségével végeztük, amely a váltakozó és közép feszültség együttes hatását lineáris közelítéssel veszi figyelembe:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{R_m} \leq 1 \quad (38)$$

ahol σ_D a kifáradási határ, míg R_m a szakítószilárdság. Megjegyzendő, hogy a kifáradási viselkedés pontosabb leírására alkalmazható a Smith- (Haigh-) diagram is, amely a közép feszültség hatását nemlineáris módon veszi figyelembe. Jelen esetben azonban a közép feszültség közel zérus ($\sigma_m \approx 0$), mivel a forgó tengely hajlító igénybevétele teljesen váltakozó terhelést eredményez. Emiatt a Smith-diagram alkalmazása nem eredményez lényeges eltérést, így a Goodman-kritérium elegendő pontosságú és megfelelően konzervatív megoldást biztosít.

Az 1.4301 anyagra a szakítószilárdság $R_m \approx 600\text{ [MPa]}$, míg a kifáradási határ konzervatív közelítéssel $\sigma_D \approx 180\text{ [MPa]}$. A behelyettesítés után:

$$\frac{28}{180} = 0.156 < 1 \quad (39)$$

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a tengely kifáradás szempontjából biztonságosan üzemeltethető a vizsgált terhelési esetekben. A végeelemes modell a geometriai feszültségkoncentrációk hatását már figyelembe veszi, így további korrekció alkalmazása nem szükséges.

A Goodman-módszer alkalmazása a gépelemek kifáradási méretezésében széles körben elfogadott eljárás [7].

6. TERHELŐ NYOMATÉK VALIDÁCIÓJA

A villanymotor teljesítményét az áramfelvétel mérése alapján határoztuk meg, melynek értékét a villamos hálózathoz tartozó frekvenciaváltóról olvastuk le. Háromfázisú rendszer esetén a teljesítményt a következőképpen számítjuk, ahol a hálózati feszültség értéke 400 [V], illetve a villanymotorhoz tartozó teljesítménytényező 0,86:

$$P=U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \sqrt{3} \quad (40)$$

A szögsebesség a fordulatszámából számítható:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (41)$$

A tengelyen ébredő nyomaték:

$$M = \frac{P}{\omega} \quad (42)$$

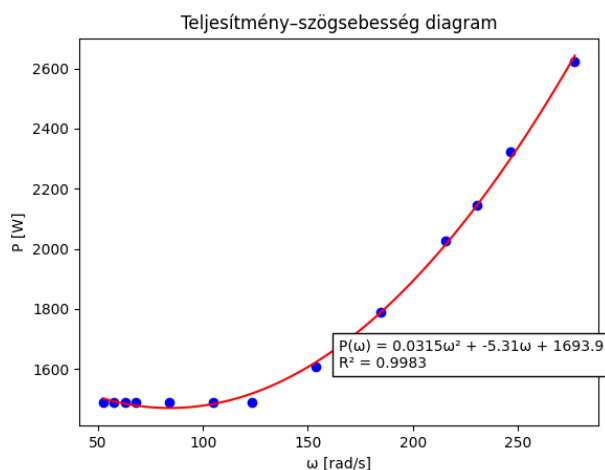
A mért és számított értékeket az 2. táblázat foglalja össze.

2. táblázat. Villanymotor üzemi paraméterei és számított mennyiségek

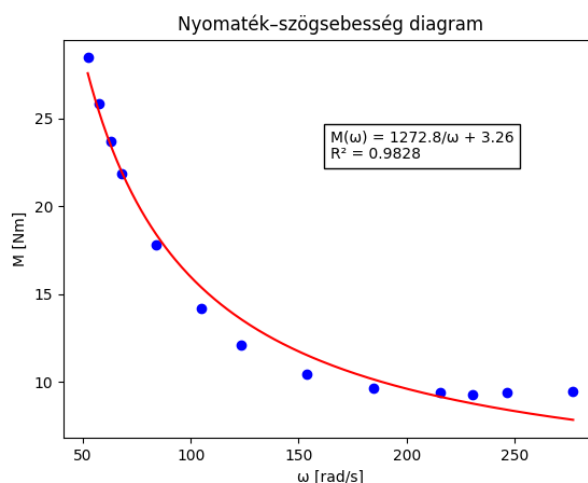
n [1/min]	I [A]	ω [rad/s]	P [W]	M [Nm]
500	2.5	52.36	1489.56	28.45
550	2.5	57.60	1489.56	25.86
600	2.5	62.83	1489.56	23.71
650	2.5	68.07	1489.56	21.88
800	2.5	83.78	1489.56	17.78
1000	2.5	104.72	1489.56	14.22
1176	2.5	123.15	1489.56	12.10
1	2.7	153.94	1608.73	10.45
1764	3.0	184.73	1787.48	9.68
2058	3.4	215.51	2025.81	9.40
2200	3.6	230.38	2144.97	9.31
2352	3.9	246.30	2323.72	9.43
2646	4.4	277.09	2621.63	9.46

6.1 Teljesítmény és nyomaték karakterisztika

A mért adatok alapján felrajzoltuk a teljesítmény–szögsebesség és nyomaték–szögsebesség karakterisztikákat (6 és 7. ábra).



6. ábra. Teljesítmény–szögsebesség diagram



7. ábra. Nyomaték–szögsebesség diagram

A mért értékekre görbék illesztését végeztük el, melyet a 6. illetve a 7. ábra szemléltet. A görbeillesztések eredményei alapján megállapítható, hogy a választott függvények megfelelő pontossággal írják le a mért adatok alakulását a vizsgált tartományban. A teljesítmény esetében a másodfokú polinom képes lekövetni az alacsony szögsebességnél tapasztalható közel állandó értéket, valamint a nagyobb szögsebességekhez tartozó növekvő tendenciát.

A nyomaték–szögsebesség kapcsolat esetében az alkalmazott $\frac{a}{\omega} + b$ alakú függvény jól modellezi a csökkenő karakterisztikát, valamint a nagyobb szögsebességeknél megfigyelhető közel állandó értékhez való tartást.

Az illesztések magas determinációs együttható értékei igazolják, hogy az alkalmazott modellek alkalmasak a rendszer viselkedésének közelítésére, ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy ezek empirikus jellegű összefüggések, amelyek elsősorban a vizsgált tartományban érvényesek.

Az eredmények alapján megfigyelhető, hogy alacsony fordulatszámon a teljesítmény közel állandó, míg nagyobb fordulatszám-tartományban növekvő tendencia figyelhető meg. A nyomaték ezzel ellentétes viselkedést

mutat, és a fordulatszám növekedésével csökken. A fordulatszámokhoz tartozó, mérési adatok alapján a tengelyen terhelő nyomatékokat a 2. ábra foglalja össze [6], ahol a hiba számítását a két fordulatszámra végeztük el:

$$\varepsilon_M = \frac{|M_{\text{mért}} - M_{\text{szimulált}}|}{M_{\text{mért}}} \cdot 100\% \quad (43)$$

3. táblázat. Relatív hiba összefoglalása

Fordulatszám [rpm]	1450	2200
Fordulatszám [rad/s]	151,84	230,38
Áramfelvétel [A]	2,7	3,6
Teljesítmény [W]	1608,73	2144,97
Nyomaték a kísérleti mérésből [Nm]	10,45	9,3
Nyomaték a szimulációból [Nm]	4,4	8,6
Névleges redukált nyomaték [Nm]	21,58	8,76
Relative error [%]	58	5,78

A numerikus modell validálása során a szimulációból meghatározott nyomatékértékek összehasonlításra kerültek a villanymotor valós üzemi körülmények között mért adataival. A kiértékelés során különös figyelmet kellett fordítani arra, hogy a CFD szimuláció és a mérési eredmények eltérő fizikai tartalmat hordoznak, ezért az összehasonlítás minden esetben csak azonos jelentésű mennyiségek között történt.

A CFD modell elsősorban a hidrodinamikai terhelést írja le, azaz a folyadék által a tengelyre kifejtett nyomatékot. Ezzel szemben a mért nyomaték a teljes rendszer viselkedését tükrözi, amely magában foglalja a mechanikai veszteségeket (például csapágy- és súrlódási veszteségeket) is. Ennek megfelelően a szimulációs eredmények közvetlenül nem vethetők össze a mért nyomatékkal.

A magasabb fordulatszám-tartományban (2200 1/min) a CFD-ből meghatározott terhelő nyomaték felhasználásával számított redukált nyomaték került összehasonlításra a mért értékekkel. Ebben az esetben a redukált nyomaték és a mért nyomaték azonos fizikai mennyiséget reprezentál, így az összehasonlítás közvetlenül elvégezhető. A két érték közötti relatív eltérés 5,8%, amely jó egyezést mutat, és igazolja a modell alkalmazhatóságát ebben az üzemi tartományban.

Az alacsonyabb fordulatszám (1450 1/min) esetén a CFD szimuláció által meghatározott terhelő nyomaték (4,4 Nm) jelentősen kisebb a mért nyomatéknál (10,45 Nm). Ez az eltérés abból adódik, hogy a CFD modell nem tartalmazza a mechanikai veszteségeket, így ebben a tartományban a szimuláció a tényleges tengelyterhelést

alulbecsüli. Emiatt itt a CFD és a mért értékek közötti közvetlen összehasonlítás csak korlátozottan értelmezhető. Összességében megállapítható, hogy a modell pontossága a fordulatszám növekedésével javul, és a magasabb fordulatszám-tartományban a szimuláció megfelelően írja le a rendszer viselkedését.

7. ÖSSZEFOGLALÁS ÉS KÖVETKEZTETÉSEK

A dolgozat során egy túlnyúló tengely igénybevitelének vizsgálata történt analitikus és végeselemes módszerek alkalmazásával, CFD alapú terhelési adatok felhasználásával. A számítások során a tengelyt egyidejű hajlító és csavaró igénybevétel érte, amelynek hatását különböző üzemi állapotokban vizsgáltuk.

A CFD szimulációk eredményeként meghatározásra került a folyadék által kifejtett hidrodinamikai terhelő nyomaték, amely a tengely igénybevitelének alapját képezte. Fontos megállapítás, hogy a CFD modell kizárólag a hidrodinamikai hatásokat veszi figyelembe, míg a valós rendszerben fellépő mechanikai veszteségek (például csapágy- és súrlódási veszteségek) a mérési adatokban jelennek meg.

A validáció során ezért különbséget tettünk a közvetlen CFD eredmények és a redukált nyomaték között. A magasabb fordulatszám-tartományban (2200 1/min) a CFD-ből számított redukált nyomaték és a mért nyomaték között mindössze 5,8%-os eltérés adódott, amely jó egyezést mutat, és igazolja a modell alkalmazhatóságát ebben az üzemi tartományban. Alacsonyabb fordulatszám (1450 1/min) a CFD által meghatározott terhelő nyomaték jelentősen alul becsüli a mért értéket, ami a mechanikai veszteségek modellből való hiányából adódik.

A tengely méretezése során a motor névleges, 4 kW teljesítményéből származtatott maximális nyomaték került figyelembevételre, amely konzervatív tervezési megközelítést biztosít. Ez garantálja, hogy a szerkezet a legkedvezőtlenebb terhelési állapotok mellett is biztonságosan üzemel.

Összességében megállapítható, hogy a CFD alapú megközelítés alkalmas a hidrodinamikai terhelések meghatározására, és megfelelő korrekcióval (redukált nyomaték alkalmazásával) a teljes rendszer viselkedése is jól közelíthető. A modell pontossága a fordulatszám növekedésével javul, és a magasabb fordulatszám-tartományban megbízható eredményeket szolgáltat. A bemutatott módszertan alkalmas hasonló hajtásrendszerek tervezésére és validálására.

8. SUMMARY

This study investigated the mechanical behavior of an overhung shaft using analytical and finite element methods, based on CFD-derived loading conditions. The shaft was subjected to combined bending and torsional loads, which were evaluated under different operating conditions.

The CFD simulations provided the hydrodynamic torque acting on the shaft, forming the basis for the structural analysis. It is important to note that the CFD model accounts only for hydrodynamic effects, while mechanical losses (such as bearing and friction losses) are included in the measured data.

During validation, a distinction was made between the direct CFD results and the reduced torque. At higher rotational speeds (2200 rpm), the reduced torque calculated from the CFD results showed good agreement with the measured torque, with a relative deviation of only 5.8%, confirming the applicability of the model in this operating range. At lower rotational speeds (1450 rpm), the CFD-derived torque significantly underestimates the measured values due to the absence of mechanical losses in the model.

For the shaft design, the maximum torque derived from the nominal motor power (4 kW) was applied, representing a conservative approach that ensures safe operation under worst-case loading conditions.

In conclusion, the CFD-based approach is suitable for determining hydrodynamic loads, and with appropriate interpretation (using reduced torque), it can effectively describe the overall system behavior. The accuracy of the model improves with increasing rotational speed, providing reliable results in the higher speed range. The presented methodology is suitable for the design and validation of similar drive systems

9. IRODALOM

- [1] BUDYNAS R. G., NISBETT J. K.: *Shigley's Mechanical Engineering Design*, 10th ed., McGraw-Hill Education, New York, 2014, 1104 p., ISBN 978-0073398204
- [2] GOKHALE N. S., DESHPANDE S. S., BEDEKAR S. V., THITE A. N.: *Practical Finite Element Analysis, Finite to Infinite*, Pune, India, 2008, 446 p., ISBN 978-8190619509
- [3] FISH J., BELYTSCHKO T.: *A First Course in Finite Elements*, John Wiley & Sons, Chichester, 2007, 336 p., ISBN 978-0470035801
<https://doi.org/10.1002/9780470510858>
- [4] BATHE K. J.: *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996, 1037 p., ISBN 978-0133014587
- [5] ZIENKIEWICZ O. C., TAYLOR R. L., ZHU J. Z.: *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed., Elsevier, Oxford, 2013, 756 p.
<https://doi.org/10.1016/C2009-0-24909-9>
- [6] POLGÁR M., AGARWAL C., GOGATE P., NÉMETH G., CSÓKA L.: Using CFD simulations to investigate the shear stress in hydrodynamic cavitation reactors coupled with experimental validation using colony count measurements, *Scientific Reports*, Vol. 12, 2022, Article No. 18034
<https://doi.org/10.1038/s41598-022-20349-7>
- [7] TIBA ZS.: *Hajtáslánc optimalizáció*, Debreceni Egyetem Műszaki Kar, Debrecen, 14-16 p., ISBN: 978-963-473